Instituto Politécnico de Viseu
Escola Superior de Tecnologia e Gestão

Prova Escrita de Avaliação de Conhecimentos e Competências para Maiores de 23 Anos

Licenciatura em Engenharia Informática

Prova Modelo de Matemática (Obrigatória) **2025**

GRUPO I

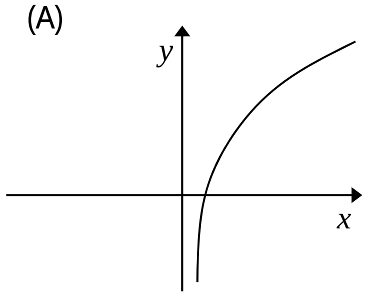
- As questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
- Escreva na sua folha de respostas a letra correspondente à alternativa que selecionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão é anulada, o mesmo acontece se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos.

1. Seja f uma função de domínio IR e contradomínio $[-2,1]$.
   Qual dos seguintes intervalos é o contradomínio da função g definida por $g(x) = 1 - f(x+2)$?

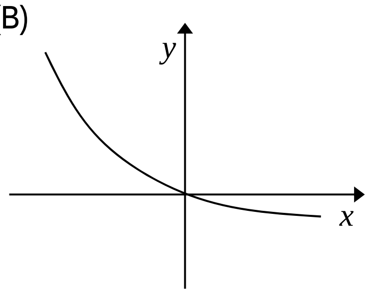
   (A) $[-1,0]$ (B) $[0,3]$ (C) $[1,-2]$ (D) $[-3,0]$

2. Seja f uma função de domínio IR.
   Sabe-se que: $f'(x)f''(x) < 0, \forall x \in IR$.
   Qual das figuras seguintes poderá ser parte da representação gráfica da função f ?

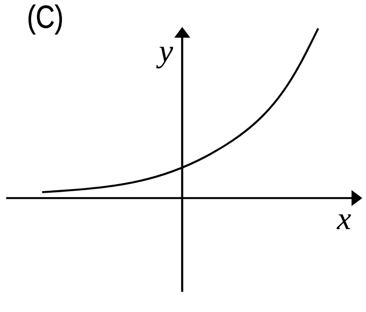
(A)



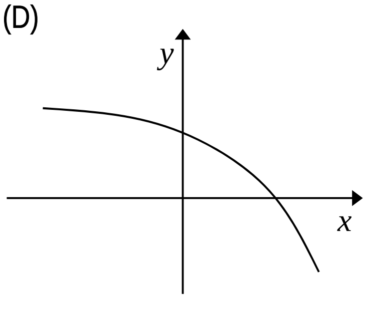
(B)



(C)



(D)



3. Um determinado clube desportivo tem 145 sócios. Entre outras modalidades, os sócios podem praticar basquetebol e futebol no clube.
Relativamente à totalidade dos sócios deste clube, sabe-se que:
   - 85 sócios praticam futebol;
   - 40 sócios não praticam nenhuma dessas duas modalidades;
   - 30 sócios praticam as duas modalidades.

   Seleciona-se, ao acaso, um dos sócios.
A probabilidade de o sócio selecionado praticar basquetebol é igual a:

   (A) $\frac{10}{29}$ (B) $\frac{4}{10}$ (C) $\frac{4}{29}$ (D) $\frac{21}{29}$

4. Considere as retas *r* e *s* cujas equações são, respetivamente, $y - 3x = -1$ e $y = -x + 3$.
Pode-se afirmar que as retas *r* e *s* se intersetam no ponto:

   (A) $(2,1)$ (B) $(1,-2)$ (C) $(1,2)$ (D) $(-1,2)$

5. Considere a sucessão (u_n) de termo geral $u_n = \begin{cases} 5n+1 & se \quad n \leq 10 \\ \frac{1}{n} & se \quad n > 10. \end{cases}$

   Qual é o valor de $\lim_{n\to+\infty} u_n$?

   (A) 5 (B) $+\infty$ (C) 0 (D) não existe

GRUPO II

Nas questões seguintes apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que efetuar e todas as justificações necessárias.

1. Seja f a função, de domínio IR, definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\cos x}{1-x} & se \quad x < 0, \\ 3\ln(e+x) - x & se \quad x \geq 0 \end{cases}$$

   1.1. Averigue se a função f é contínua em $x = 0$.

   1.2. Estude a monotonia da função f, em IR_0^+ .

   1.3. Justifique, se é verdadeira ou falsa, a seguinte afirmação:

   "É horizontal a reta tangente ao gráfico de f em $x = 3 - e$."

2. O João e o Gonçalo são estudantes de Engenharia. O João pediu emprestados 700 euros ao Gonçalo para comprar um computador, tendo-se comprometido a pagar o empréstimo em prestações mensais sujeitas a um certo juro.
   Para encontrarem as condições de pagamento do empréstimo, os dois colegas adaptaram uma fórmula que tinham estudado e estabeleceram um contrato.
   Nesse contrato, a prestação mensal p, em euros, que o João tem de pagar ao Gonçalo é dada por
   $$p = \frac{700x}{1 - e^{-nx}}$$
   em que n é o número de meses em que o empréstimo será pago e x é a taxa de juro mensal.
   O João e o Gonçalo acordaram que a taxa de juro mensal seria 2%.
   Em quantos anos e quantos meses será pago o empréstimo, sabendo que o João irá pagar uma prestação mensal de 24 euros? Apresente o resultado arredondado às unidades.

3. Foi realizado um inquérito junto de 60 estudantes da ESTGV relativamente ao sítio onde almoçam. Os dados recolhidos em função do género, estão apresentados na seguinte tabela:

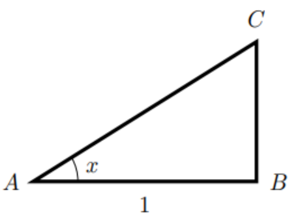
	Em casa	No bar da escola	Na cantina da escola	Fora da Escola
Raparigas	12	5	8	1
Rapazes	6	10	10	8

   Escolhe-se, aleatoriamente, um estudante.

   3.1. Qual é a fração irredutível que corresponde à probabilidade de o estudante escolhido ser uma rapariga e almoçar em casa?

   3.2. Calcule a probabilidade do estudante escolhido não almoçar na escola. Apresente o resultado em percentagem.

4. Considere um triângulo retângulo [ABC], cujos catetos são [AB] e [BC].
   Admita que $\overline{\text{AB}} = 1$ e que x designa a amplitude do ângulo CAB.
   Mostre que, para cada valor de $x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$, o perímetro do triângulo [ABC] é dado por:
   $$\frac{1+\sin x+\cos x}{\cos x}.$$



FIM

Cotação (20 valores)

Grupo I:	**1.**	1.5	**2.**	1.5	**3.**	1.5	**4.**	1.5	**5.**	1.5

Grupo II:	**1.**	**1.1.**	1.5	**2.**	2.5	**3.**	**3.1.**	1.5	**4.**	2.5
		1.2.	2.0				**3.2.**	1.5		
		1.3.	1.0							